ET+L.H1103

Formeln

Flavio De Roni

Luzern, 10.12.2011

ET+L.H1103

Dokument	Modulzusammenfassung
Schule	Hochschule Luzern – Technik & Architektur
Modul	Elektrotechnik mit Labor
Autor	Flavio De Roni
Dozierende(r)	Dr. Peter Bosshart

Inhalt

1 Strom ... 3
1.1 Ladung ... 3
1.2 Spannungsquelle ... 3
1.2.1 Akkumulatoren ... 3
1.3 Leitungsmechanismen ... 3
1.3.1 Isolatoren ... 4
1.3.2 Leiter ... 4
1.4 Grössen im Stromkreis ... 4
1.4.1 Widerstand ... 4
1.4.2 Stromdichte ... 5
1.4.3 Alternative Grössen ... 5
1.5 Temperaturabhängigkeit eines Widerstandes ... 5
2 Kirchhoff'sche Gesetze ... 6
2.1 Knotenregel ... 6
2.2 Maschenregel ... 6
2.3 Serieschaltung von Widerständen ... 7
2.4 Parallelschaltung von Widerständen ... 7
2.5 Stromteiler ... 7
3 Spannungs- und Stromquellen ... 8
3.1 Spannungsquelle mit Innenwiderstand (reale Spannungsquelle) ... 8
3.1.1 Ersatzschaltung einer Spannungsquelle ... 8
3.2 Stromquelle mit Innenwiderstand (reale Stromquelle) ... 9
3.2.1 Ersatzschaltung einer Stromquelle ... 9
3.3 Superpositionsprinzip ... 9
4 Leistung und Arbeit ... 10
4.1 Elektrische Leistung ... 10
4.2 Elektrische Arbeit ... 10
4.3 Wirkungsgrad ... 10
4.4 Drehmoment ... 10
5 Kondensator ... 11
5.1 Kondensator mit konstanter Spannung laden ... 12
5.2 Entladen eines Kondensators ... 12
5.3 Serieschaltung von Kondensatoren ... 13
5.4 Parallelschaltung von Kondensatoren ... 13
6 Magnetismus ... 14
6.1 Vergleich der elektrischen und der magnetischen Grössen ... 14
6.2 Durchflutung ... 14
6.3 Magnetischer Fluss ... 14
6.4 Magnetische Flussdichte B (Induktion) ... 14
6.5 Magnetische Feldstärke H ... 15

6.6 Magnetischer Widerstand Rm ... 15
6.7 Induktivität L einer Spule ... 15
6.8 Magnetisierungkurve ... 15
6.8.1 Spulen ohne Eisenkern ... 15
6.8.2 Spulen mit Eisenkern ... 15
6.9 Kraftwirkung ... 16
6.9.1 Kraftwirkungen magnetischer Felder ... 16
6.9.2 Kraftwirkung paralleler, stromdurchflossener Leiter ... 16
6.9.3 Kraftwirkung von Magneten auf ferromagnetische Stoffe ... 16
7 Wechselstromtechnik ... 17
7.1 Periodendauer und Frequenz ... 17
7.1.1 Kreisfrequenz ... 17
7.2 Wechselstromgrössen ... 17
7.2.1 Scheitelwert ... 18
7.2.2 Momentanwert ... 18
7.2.3 Effektivwert ... 18
7.3 Phasenverschiebung ... 18
7.4 Wechselstromwiderstände ... 19
7.4.1 Wirkwiderstand ... 19
7.4.2 Induktiver Blindwiderstand ... 19
7.4.3 Kapazitiver Blindwiderstand ... 20
7.4.4 Scheinwiderstand oder Impedanz Z ... 20
7.5 Schaltungen von Wechselstromwiderständen ... 20
7.5.1 Serieschaltung ... 20
7.5.2 Parallelschaltung ... 21
7.6 Leistung und Energie im Wechselstromkreis ... 23
7.6.1 Wirkleistung ... 23
7.6.2 Induktive Blindleistung ... 23
7.6.3 Kapazitive Blindleistung ... 24
7.6.4 Scheinleistung ... 24
7.6.5 Leistungsfaktor cos(phi) ... 24
7.6.6 Serieschaltung bei AC – Zusammenstellung bei 2 Elementen ... 25
7.6.7 Wirkenergie / Blindenergie ... 25
8 Drehstrom (Dreiphasen-Wechselstrom) ... 26
8.1 Sternschaltung ... 26
8.2 Dreiecksschaltung ... 27
8.3 Leistung und Energie im Drehstromnetz ... 27
8.3.1 Wirkenergie, Blindenergie ... 27

1 Strom

1.1 Ladung

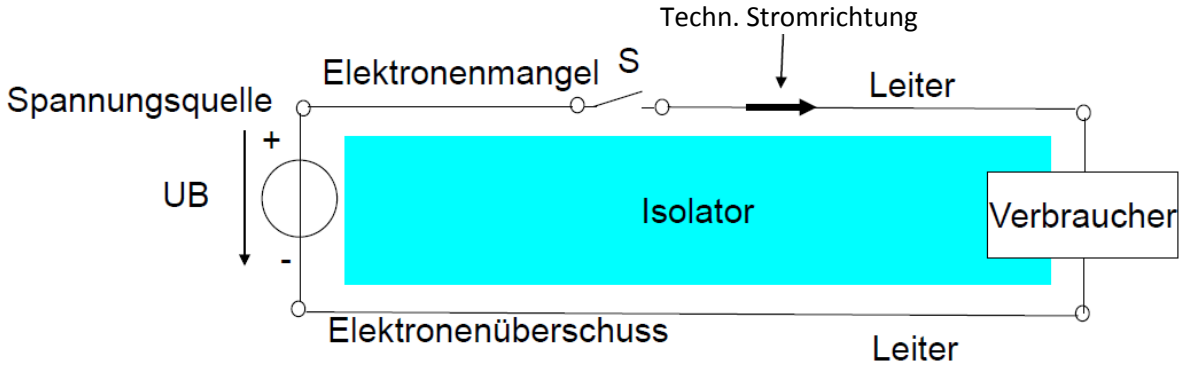
- Ladung ist eine Eigenschaft der Materie

Elementarladung

$$e_0 = 1{,}602 \cdot 10^{-19}[C],\ C = 1\,Coulomb = 1\,As$$

Alle Zustände, Prozesse, Erscheinungen in der Elektrotechnik werden durch Ladung verursacht.

Bewegte Ladung bezeichnen wir als Strom. Die Technische Stromrichtung ist entgegengesetzt zur Elektronenbewegung.



1.2 Spannungsquelle

- Trennt die Ladung zwischen den Anschlussklemmen
- Hält Spannung = Potentialunterschied zwischen den Anschlussklemmen aufrecht
- Technische Ausführung: Generator, Akku etc.

1.2.1 Akkumulatoren

Kapazität:

Q = I · t [Ah]

Ladekapazität:
Q1 = I1 · t1 [Ah]

Entladekapazität:
Q2 = I2 · t2 [Ah]

$$\eta_{Ah} = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{I_2 \cdot t_2}{I_1 \cdot t_1}$$

$$\eta_{Wh} = \frac{W_2}{W_1} = \frac{U_2 \cdot I_2 \cdot t_2}{U_1 \cdot I_1 \cdot t_1}$$

Typ. 70%

1.3 Leitungsmechanismen

Um den Atomkern aus **Protonen** und **Neutronen** kreisen die **Elektronen** auf bestimmten Bahnen, die diskreten Energiestufen entsprechen. Die Elektronen der unvollständig besetzten äussersten Schale bezeichnet man als **Valenzelektronen**. Das **Ion** entsteht, wenn ein Atom oder Molekül ein oder mehrere Elektronen weniger oder mehr gegenüber dem Neutralzustand hat. Werden Elektronen aus der Atomhülle entfernt, so ist das Ion positiv geladen. Werden Elektronen hinzugefügt, ist es negativ geladen.

1.3.1 Isolatoren

Beispiele für Isolatoren:

- Vakuum, Luft
- Gase (keine freien Elektronen): SF6
- Flüssigkeiten: Transformatorenöl
- Festkörper: Glas, Keramik, Quarz, Glimmer, Bernstein, Papier, Kunststoffe

Zwischen dem Valenzband und dem Leitungsband befindet sich eine Energielücke (verbotene Zone). Nur wenige Valenzelektronen besitzen genug Energie, um ins Leitungsband zu gelangen.

Beispiel: Durchschläge (Blitze) in der Luft ab einer Feldstärke E von 3.3 kV/mm.

1.3.2 Leiter

Beispiele für Leiter:

- Metalle (freie Elektronen): Silber (Ag), Kupfer (Cu), Gold (Au), Aluminium (Al)
- Gase (bei hohen Temperaturen ionisiert): Plasma
- Flüssigkeiten (positive und negative Ionen):
  verdünnte Säuren und Basen,
  wässrige Salzlösungen und Salzschmelzen

Bei Metallen überschneiden sich das Valenz- und das Leitungsband, sodass Elektronen ungehindert vom Valenz- ins Leitungsband gelangen können, das heisst sie können sich frei zwischen den ortsfesten Atomrümpfen des Kristallgitters bewegen. Die Energielücke ist kleiner als bei den Isolatoren.

1.4 Grössen im Stromkreis

Spannung U [V]
Stromstärke I [A]
Widerstand R [Ω]

Spannung und Stromstärke sind gerichtete Grössen. Sie sind nur mit der Bezugsrichtung (Zählpfeil) interpretierbar.

1.4.1 Widerstand

Der Widerstand berechnet sich nach folgender Formel:

$$R = \frac{U}{I}\ [\Omega]$$

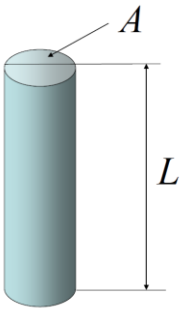
Zählpfeile von Strom und Spannung haben an einem Widerstand stets die gleiche Richtung.

$$R_{20°} = \frac{\rho_{20°} \cdot L}{A}[\Omega]$$

$$[L] = m$$

$$[A] = mm^2$$

$$[\rho] = \frac{\Omega mm^2}{m}$$



1.4.2 Stromdichte

Stromdichte J im homogenen Feld:

$$J = \frac{I}{A}\left[\frac{A}{mm^2}\right]$$

1.4.3 Alternative Grössen

		Zahlen für Cu, 20°C
Widerstand $[R] = \frac{V}{A} = \Omega$	Spezifischer Widerstand $[\rho] = \frac{\Omega mm^2}{m} = 10^{-6}\Omega m$	$0.01786\frac{\Omega mm^2}{m}$
Leitwert $[G] = \frac{A}{V} = \Omega^{-1} = S$	Spezifische Leitfähigkeit $[\gamma] = \frac{Sm}{mm^2} = 10^6\frac{S}{m}$	$56\frac{Sm}{mm^2}$
$R = \frac{1}{G}$	$\rho = \frac{1}{\gamma}$	

1.5 Temperaturabhängigkeit eines Widerstandes

Widerstände sind im Allgemeinen temperaturabhängig. Die Temperaturänderung kann durch Fremd- oder Eigenerwärmung verursacht werden.

- Temperaturerhöhung → Widerstandszunahme:
  bei Metallen, weil die Schwingungen der Atome zunimmt und damit die Beweglichkeit der Elektronen abnimmt.
- Temperaturerhöhung → Widerstandsabnahme:
  bei Halbleitern, weil die Zahl der beweglichen Ladungsträger zunimmt.

Formel um den Widerstand in Abhängigkeit der Temperatur zu berechnen:

$$R(\vartheta) = R_{20}\left(1 + \alpha \cdot (\vartheta - 20°)\right) = R_{20}\left(1 + \alpha \cdot (\Delta T)\right)$$

$$\alpha : Temperaturkoeffizient\ \frac{1}{K},\ Kupfer\ 0.0039\frac{1}{K}$$

2 Kirchhoff‘sche Gesetze

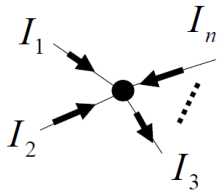
Kirchhoff formulierte die grundlegenden Gesetze der Schaltungsanalyse.

2.1 Knotenregel

In Netzwerkknoten ist die Summe der zufliessenden gleich der Summe der abfliessenden Ströme.

$$I_1 + I_2 + I_3 + \cdots + I_n = \sum_{k=1}^{n} I_k = 0$$

Vorzeichen-Empfehlung:
I addieren, wenn der Pfeil zum Knoten zeigt.
Sonst I subtrahieren.

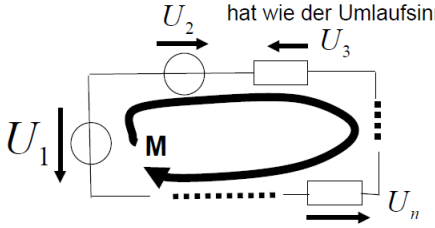


2.2 Maschenregel

In Netzwerkmaschen ist die Summe aller im Umlauf auftretenden Spannungen gleich Null.

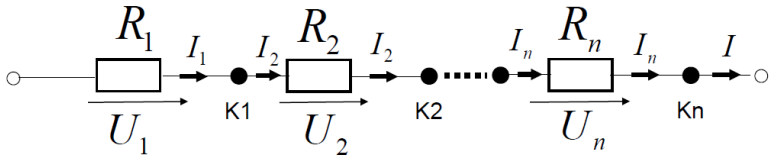
$$U_1 + U_2 + U_3 + \cdots + U_n = \sum_{k=1} U_k = 0$$

Vorzeichen-Empfehlung: U addieren wenn der Zählpfeil die gleiche Richtung hat wie der Umlaufsinn M, sonst subtrahieren.



Der Umlaufsinn kann beliebig gewählt werden.

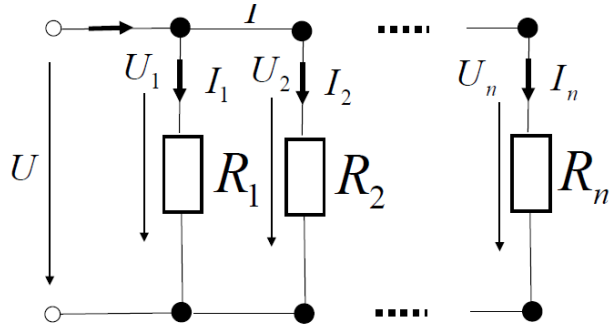
2.3 Serieschaltung von Widerständen



$$R = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$$

- Die Stromstärke I ist überall gleich.
- Teilspannungen sind proportional zu den Widerständen

2.4 Parallelschaltung von Widerständen



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}$$

$$bei\ n = 2: R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

- Gleiche Spannung über allen Widerständen

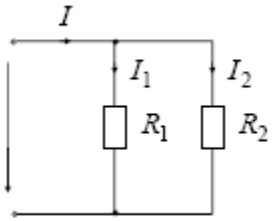
2.5 Stromteiler

Fall zwei parallele Widerstände R_1 und R_2

$$U = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot I = R_1 \cdot I_1 = R_2 \cdot I_2 \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}} \text{ und } \boxed{I_2 = I \frac{R_1}{R_1 + R_2}}$$

Allgemein $\boxed{I_m = I \frac{G_m}{G_1 + G_2 + \cdots + G_n}}$



Allgemein:

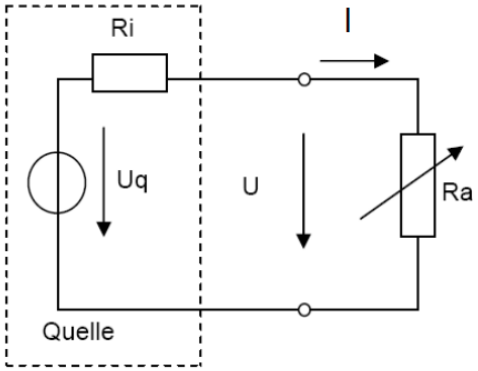
$$I_2 = \frac{\frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_n}} \cdot I$$

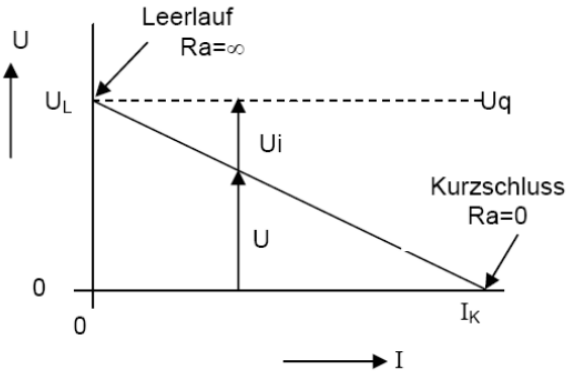
3 Spannungs- und Stromquellen

3.1 Spannungsquelle mit Innenwiderstand (reale Spannungsquelle)

Eine Spannungsquelle ist eine elektronische Schaltung die vom Netz gespeist wird, ein Generator oder eine Batterie. Eine **ideale** Spannungsquelle hat konstante Ausgangsspannung, unabhängig von der Belastung. Eine **reale** Spannungsquelle reagiert auf Belastungen mit Reduktion der Ausgangsspannung. Sie hat einen **Innenwiderstand, der in Serie zur Last liegt**, an welchem ein Spannungsabfall entsteht.

3.1.1 Ersatzschaltung einer Spannungsquelle





Leerlauf:	$U = U_L = Uq$	bei $Ra = \infty$
Kurzschluss:	$I_K = Uq / Ri$	bei $Ra = 0$
Betrieb:	$U = Uq - Ui$ $Ui = I \bullet Ri;$	$Ri = Ui / I$

$$U = Uq - I \bullet Ri = I \bullet Ra$$

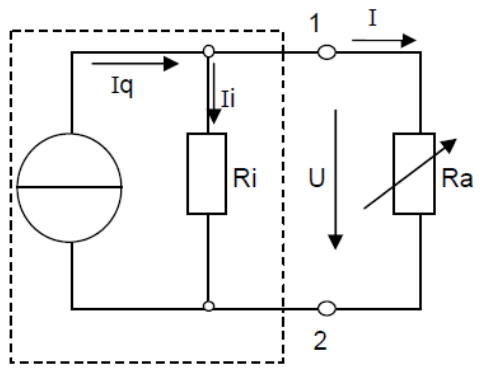
Der Kurzschlussfall ist für die meisten Spannungsquellen kein zulässiger Betriebszustand, weil zu hohe Ströme fliessen würden.

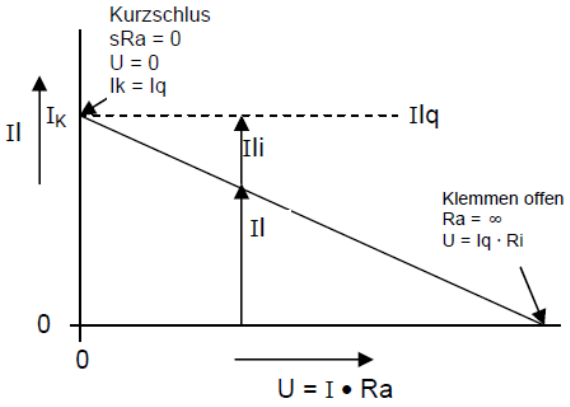
3.2 Stromquelle mit Innenwiderstand (reale Stromquelle)

Technische Stromquellen bestehen aus einer Spannungsquelle mit einer elektronischen Zusatzschaltung (Regler). Das gesamte Gerät liefert einen konstanten Strom (einstellbar), unabhängig vom Belastungswiderstand, innerhalb festgelegter Grenzen.

3.2.1 Ersatzschaltung einer Stromquelle

Die Ersatzschaltung der realen Stromquelle ist eine ideale Stromquelle, die einen konstanten Strom Iq liefert, mit einem parallel geschalteten Innenwiderstand Ri.





Innenwiderstand Ri $Ri = U / Ii$

Kurzschluss: Der ganze Quellenstrom fliesst durch den Kurzschluss, $Ik = Iq$,

Betrieb: $I = Iq - Ii$ $I = Iq - U / Ri$

3.3 Superpositionsprinzip

Es gibt Widerstands-Schaltungen mit mehreren Spannungsquellen, in denen keine Zusammenfassung der Widerstände mehr möglich ist. Solche Widerstandsschaltungen nennt man Netzwerke.

Bedingung: Alle Widerstände und Spannungsquellen sind konstant.

Beim Superpositionsprinzip wird das Netz nacheinander mit je einer Spannungsquelle berechnet. Die anderen Quellen werden überbrückt. Die Teilströme werden anschliessend mit Betrag und Richtung addiert.

Genaue Berechnung siehe Skript „Elektrotechnik I“, S. 28

4 Leistung und Arbeit

4.1 Elektrische Leistung

$$P = \frac{W}{t} = \frac{U \cdot I \cdot t}{t} = U \cdot I \ [W]$$

$$P = \frac{U^2}{R} \quad [W]$$

$$P = I^2 \bullet R \quad [W]$$

4.2 Elektrische Arbeit

$$W = U \cdot I \cdot t \ [Ws = J(Joule)]$$

$$1\text{Ws} = 1\text{J} = 1\text{VAs} = 1\text{Nm} = 1\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}$$

$$W = P \bullet t \quad [J] \ [kWh]$$

4.3 Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} 100\ \%$$

4.4 Drehmoment

$$2 \pi n = \omega \quad [s^{-1}]$$

ω wird bei Kreisbewegungen als Winkelgeschwindigkeit bezeichnet

Motorenleistung $P = M \bullet \omega$

$$\left[\frac{N\,m}{s} = W \right]$$

Drehmoment $M = \frac{P}{\omega}$

P = Motorleistung in W
M = Drehmoment in Nm
n = Motordrehzahl in s^{-1}

5 Kondensator

Ein Kondensator speichert elektrische Energie. Beim Laden speichert er elektrische Energie, die zu einem beliebigen Zeitpunkt beim Entladen wieder entnommen werden kann.

$$Q = C \cdot U;$$

Q = Elektrische Ladung in As
U = Spannung in V
C = Kapazität in F
t = Zeit in s

$$C = \frac{Q}{U}$$

$$\left(\frac{As}{V} = \frac{s}{\Omega} = \text{Farad F} \right)$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 \, \varepsilon_r \, A}{l}$$

$$\left(\frac{As}{V} = F \right)$$

Farad = nach dem englischen Physiker Faraday benannt

$$C = \varepsilon \frac{A}{l}$$

C = Kapazitat in F, F = As/V
ε = Dielektrizitätskonstante in F/m = As/V
A = Plattenfläche (einseitig) in m^2
l = Plattenabstand in m

$$\varepsilon_0 = 8{,}86 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \bullet \varepsilon_r$$

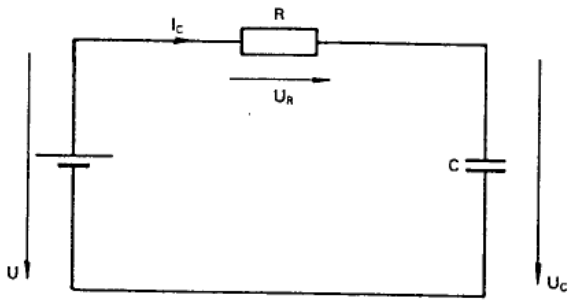
Akkumulator: immer gleiche Spannung
Kondensator: Spannung geht beim Entladen auf Null zurück → im Mittel nur halbe Spannung

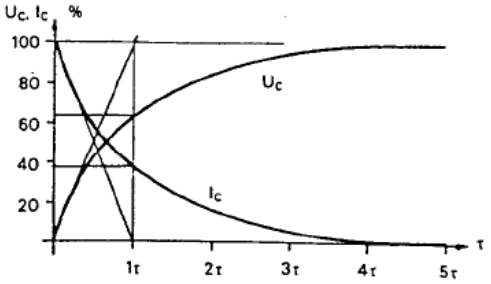
$$W = \frac{U \cdot Q}{2} \qquad [\text{ V As = Ws = J }]$$

$$W = \frac{U^2 \cdot C}{2} = \frac{Q^2}{2 \cdot C}$$

W = Energie in Ws
U = Spannung in V
C = Kapazität in F
Q = Ladung in As

5.1 Kondensator mit konstanter Spannung laden





$$i_C = U/R\ e^{-t/\tau}$$

$$u_C = U(1-e^{-t/\tau}).$$

Zeitkonstante $\tau = R \cdot C$ [s]

R = Widerstand $\left[\Omega = \frac{V}{A}\right]$

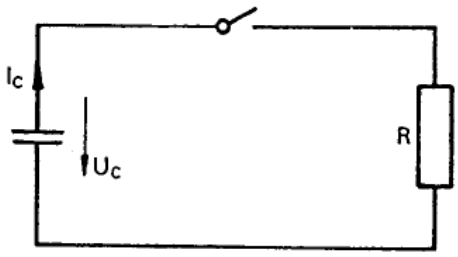
C = Kapazität $\left[F = \frac{As}{V}\right]$

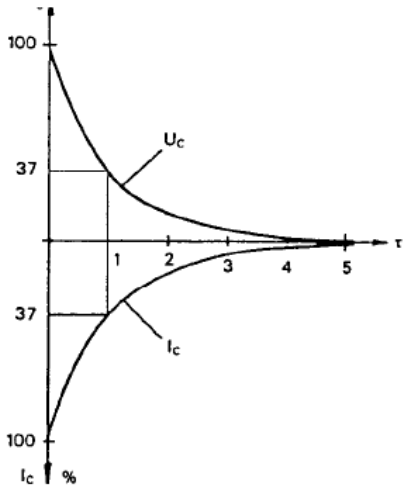
5.2 Entladen eines Kondensators

$$i = -I_C \cdot e^{-t/\tau}$$ i = Momentanwert des Stromes [A]

$$u = U_C \cdot e^{-t/\tau}$$ u = Momentanwert der Spannung [V]

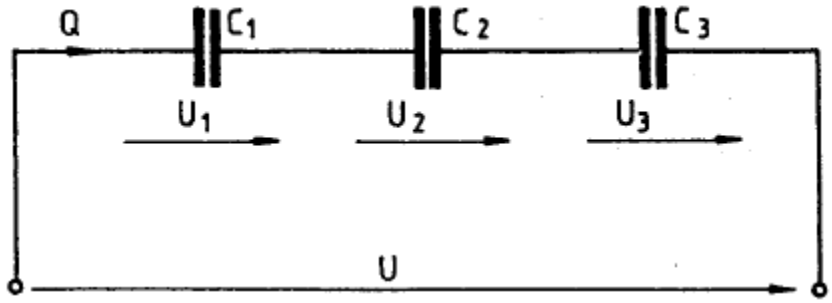
Nach dem Ablauf von 5 Zeitkonstanten (5τ) ist der Kondensator entladen.





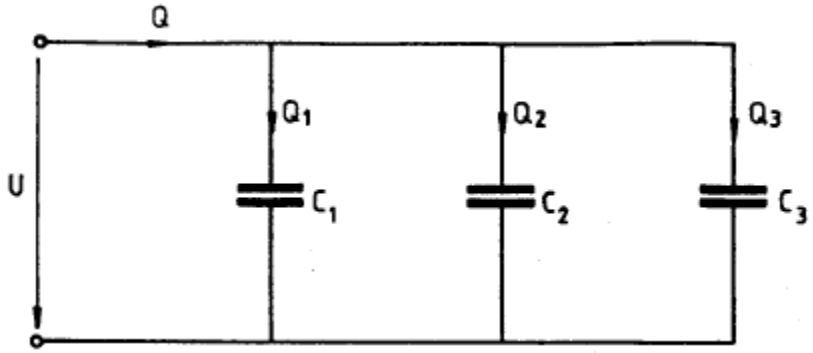
Anfangsentladestrom $I_{EO} = \frac{U_C}{R}$

5.3 Serieschaltung von Kondensatoren



$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C1} + \frac{1}{C2} + \frac{1}{C3} + \ldots\ldots + \frac{1}{Cn}$$

5.4 Parallelschaltung von Kondensatoren



$$C = C_1 + C_2 + C_3$$

6 Magnetismus

6.1 Vergleich der elektrischen und der magnetischen Grössen

Elektrischer Kreis		**Magnetischer Kreis**	
Begriffe	**Symbole**	**Begriffe**	**Symbole**
Spannung (elektr. Spannungsquelle)	U	Durchflutung (magn. Spannungsquelle)	$\Theta = N \cdot I$
Strom	I	Fluss	ϕ
Stromdichte	$S = I / A$	Flussdichte (Induktion)	$B = \phi / A$
Feldstärke	$E = U / d$	Feldstärke	$H = \Theta / l$
Widerstand	$R = \frac{l}{\gamma \cdot A}$	magn. Widerstand	$Rm = \frac{l}{\mu \cdot A}$
Spez. el. Leitfähigkeit	γ	Permeabilität	$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$
Ohmsches Gesetz	$U = R \cdot I$	Ohmsches Gesetz	$\Theta = \Phi \cdot Rm$
Knotenpunktsatz	$I = I_1 + I_2 + ...$	Knotenpunktsatz	$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + ...$
Maschensatz	$U = U_1 + U_2 + ...$	Maschensatz	$\Theta = \Theta_1 + \Theta_2 + ...$

6.2 Durchflutung

$$\Theta = N \cdot I \quad [A]$$

I = Strom in A
N = Windungszahl

6.3 Magnetischer Fluss

$$\Phi = B \cdot A$$

Masseinheit: [Vs = 1Wb (Weber)]

6.4 Magnetische Flussdichte B (Induktion)

$$B = \frac{\Phi}{A} = \mu \cdot H$$

$$\left[\frac{Vs}{m^2} = T \right]$$

Φ = Fluss in Vs
A = Flussquerschnitts-Fläche in m^2 Vs
μ = Permeabilität (magn. Leitfähigkeit) [Vs/Am]
H = magn. Feldstärke [A/m]

6.5 Magnetische Feldstärke H

Die Feldstärke H gibt an, welche Durchflutung pro 1 m Feldlinienlänge notwendig ist.

$$H = \frac{\Theta}{l} \qquad \left[\frac{A}{m}\right]$$

H = Feldstärke in A/m
Θ = Durchflutung in A
l = mittl. Feldlinienlänge in m

6.6 Magnetischer Widerstand Rm

$$\text{Magnetischer Widerstand } Rm = \frac{\text{Durchflutung } \Theta}{\text{Fluss } \Phi}$$

$$Rm = \frac{\Theta}{\Phi} \qquad \left[\frac{A}{Vs} = \frac{1}{\Omega s} = \frac{1}{H} = H^{-1}\right]$$

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$$

$$Rm = \frac{l}{\mu A} \qquad \left[\frac{1}{H} = H^{-1}\right]$$

$$\mu_0 = 4\pi\, 10^{-7} = \frac{H}{m} \approx 1{,}257\, 10^{-6}\, \frac{Vs}{Am}$$

Die spezifische magnetische Leitfähigkeit (Permeabilität) ist ein Mass für die Fähigkeit, die magnetischen Feldlinien zu leiten.

6.7 Induktivität L einer Spule

Die Induktivität L einer Spule gibt an, wie viel magnetischer Fluss pro Ampère Strom erzeugt wird.

$$L = \frac{N^2}{Rm} = \frac{N^2 \cdot \mu \cdot A}{l}$$

L	in H (Henry) (Vs/A)
Rm	in A/Vs (Θ/Φ)
N	Anz. Windungen (dimensionslos)
μ	Permeabilität in H / m
l	Feldlinienlänge in m.
A	Feldlinienquerschnitt in m^2

6.8 Magnetisierungkurve

6.8.1 Spulen ohne Eisenkern

$$B = \mu_0 \bullet H$$

6.8.2 Spulen mit Eisenkern

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H$$

6.9 Kraftwirkung

6.9.1 Kraftwirkungen magnetischer Felder

In einem homogenen Magnetfeld ist die, auf einen Leiter wirkende Kraft abhängig:

-von der Induktion B des äusseren Feldes in [T] .
-vom Strom I im Leiter in [A]
-von der magnetisch wirksamen Leiterlänge l in [m]

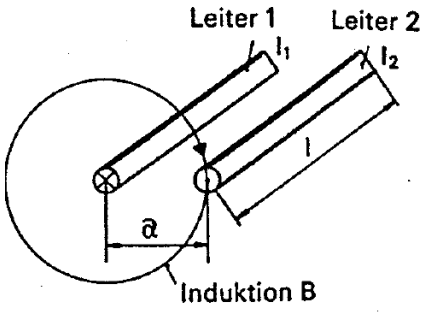
$$F = B \cdot I \cdot l \qquad [N]$$

6.9.2 Kraftwirkung paralleler, stromdurchflossener Leiter

Bei gleicher Stromrichtung ziehen sich die beiden Leiter an. Bei ungleicher Stromrichtung stossen sich die beiden Leiter ab.

$$F = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot l}{2 \cdot \pi \cdot a} \qquad [N]$$

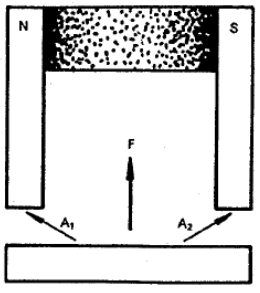
F = Kraft in [N]
μ_0 = Permeabilität des Vakuums [Vs/Am]
I_1 = Stromfluss im Leiter 1 in [A]
I_2 = Stromfluss im Leiter 2 in [A]
l = parallele Länge in [m]
a = Abstand der beiden Leiter in [m]



6.9.3 Kraftwirkung von Magneten auf ferromagnetische Stoffe

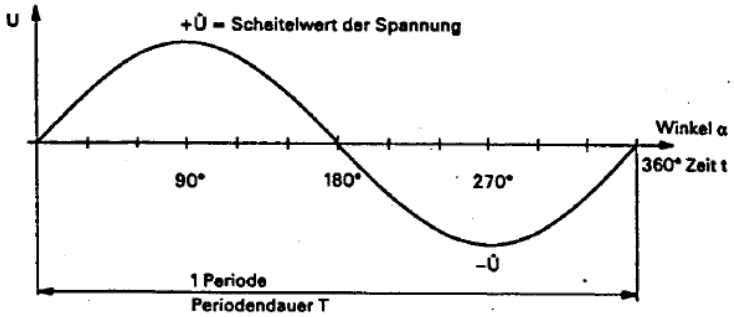
$$F = \frac{B^2 \cdot A}{2 \cdot \mu_0} \qquad [N]$$

B = Induktion in [T]
A = Anzugsfläche in [m^2]
μ_0 = 1,25 10^{-6} [Vs/Am]



$A = A_1 + A_2$

7 Wechselstromtechnik



Die Spannung, die in einem Leiter induziert wird, der sich kreisförmig im Magnetfeld bewegt, verläuft zeitlich sinusförmig

$$u = \hat{U} \cdot \sin \alpha$$

$\hat{U}$ = Scheitelwert = Maximalwert der Spannung
α = momentane Stellung des Leiters

7.1 Periodendauer und Frequenz

Unter Frequenz versteht man die Anzahl der periodischen Vorgänge pro Sekunde.

$$f = \frac{1}{T}$$

$[s^{-1} = Hz]$

Beispiele für das technische Wechselstromnetz:

- Europa: 50 Hz
- USA: 60 Hz
- Bahnen: 16 2/3 Hz
- Flugzeuge und Schiffe: 400 Hz

7.1.1 Kreisfrequenz

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$[s^{-1}]$

7.2 Wechselstromgrössen

Scheitelwert $\hat{U}$, $\hat{I}$

Momentanwert u, i

Effektivwert U_{eff} , I_{eff} oder U , I

7.2.1 Scheitelwert

Scheitelwert Û oder Î nennt man den positiven oder negativen Höchstwert der sinusförmigen Spannung oder des Stromes. Man nennt ihn auch Amplitude.

7.2.2 Momentanwert

$$u = \hat{U} \cdot \sin \omega t$$ und $$i = \hat{I} \cdot \sin \omega t$$

7.2.3 Effektivwert

Der Effektivwert ist der Leistungsmittelwert eines Wechselstromes, der in einem Widerstand die gleiche Wärmemenge entwickelt wie ein gleich grosser konstanter Gleichstrom.

$$P = I^2_{eff} \cdot R = \frac{\hat{I}^2 \cdot R}{2} \Rightarrow I^2_{eff} = \frac{\hat{I}^2}{2}$$

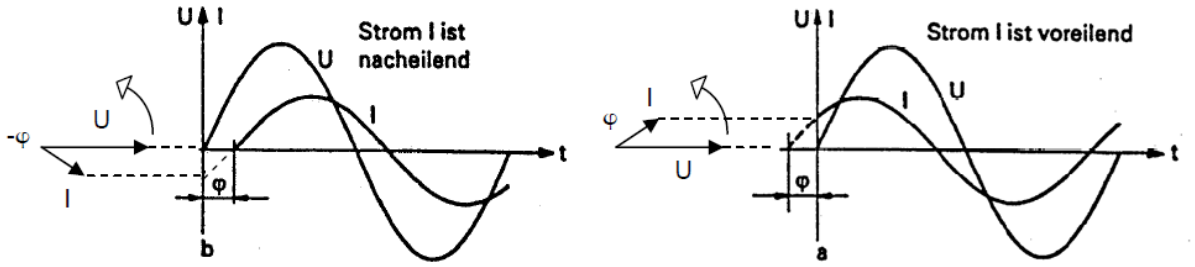
$$I_{eff} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} = 0{,}707 \cdot \hat{I}$$

$$P = \frac{U_{eff}^2}{R} = \frac{\hat{U}^2}{2 \cdot R}$$

$$U_{eff} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} = 0{,}707 \cdot \hat{U}$$

Messinstrumente zeigen bei Wechselstrom den Effektivwert an.

7.3 Phasenverschiebung



7.4 Wechselstromwiderstände

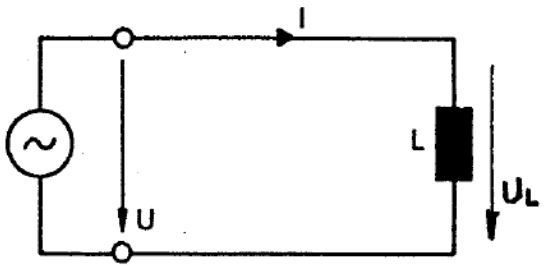
7.4.1 Wirkwiderstand

$U_{eff} = I_{eff} \cdot R \longrightarrow U = I \cdot R \longrightarrow R = U/I$

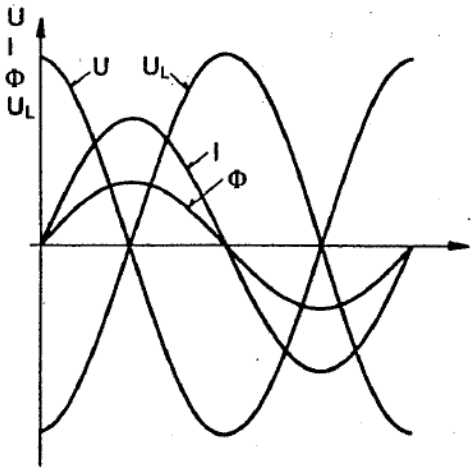
7.4.2 Induktiver Blindwiderstand

(Spulen in Motoren, Transformatoren, Fluoreszenzlampen mit Drosseln etc.)

$$U_L = -L \frac{di}{dt} = -L \frac{d(\hat{I} \cdot \sin\omega t)}{dt} = -\underbrace{\omega \cdot L}_{=X_L} \cdot \hat{I} \cdot \cos\omega t \left[\frac{V\,s\,A}{A\,s} \right]$$



nduktiver Verbraucher (ideale Spule)



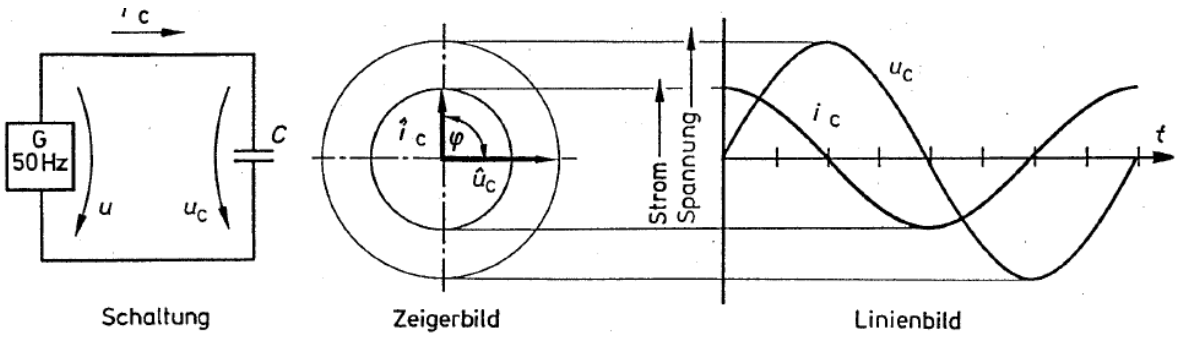
In einer idealen Spule eilt der Wechselstrom um 90° der Wechselspannung nach.

$X_L = \omega \cdot L$ [Ω]

ω = Kreisfrequenz in [s^{-1}]
L = Induktivität in [H = Ωs]

7.4.3 Kapazitiver Blindwiderstand

(idealer Kondensator)



Im Wechselstromkreis eilt beim idealen Kondensator der Strom I_C der Spannung U_C um 90 ° vor.

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} \qquad [\Omega]$$

Der Kondensator „lässt den Strom durch“.

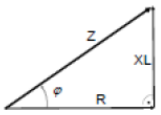
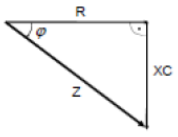
7.4.4 Scheinwiderstand oder Impedanz Z

$$Z = \frac{U}{I} \qquad [\,\Omega\,]$$

U = Spannung in [V]
I = Strom in [A]

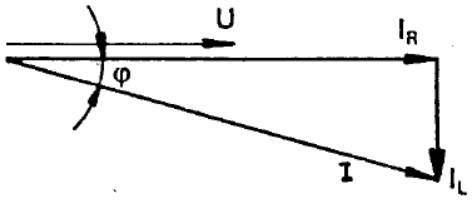
7.5 Schaltungen von Wechselstromwiderständen

7.5.1 Serieschaltung

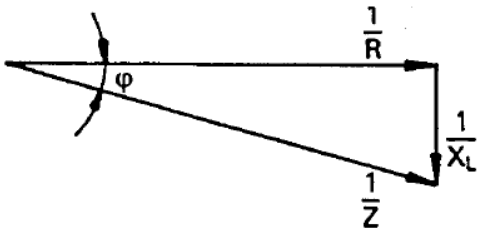
Schaltung	R-L	R-C	L-C
Widerstandsdreieck			-
Gesamtimpdanz $Z[\Omega]$	$Z = \sqrt{R^2 + XL^2}$	$Z = \sqrt{R^2 + XC^2}$	$Z = \sqrt{(XL - XC)^2}$
Phasenverschiebung φ	$\varphi = \arctan\frac{XL}{R} > 0$	$\varphi = \arctan\frac{-XC}{R} < 0$	$\varphi = 90°\ falls\ XL > XC$ $\varphi = -90°\ falls\ XL < XC$
Beziehung mit $\cos\varphi$	$\cos\varphi = \frac{R}{Z}$	$\cos\varphi = \frac{R}{Z}$	$\cos\varphi = 0$

7.5.2 Parallelschaltung

7.5.2.1 Parallelschaltung von R und L



Stromdreieck



Leitwertdreieck

Die Teilströme bestimmt man nach dem ohmschen Gesetz:

Wirkstrom:

$$I_R = \frac{U}{R} = I \cdot \cos\varphi$$

Blindstrom

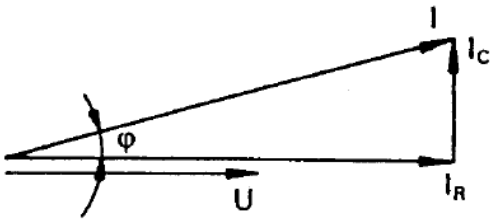
$$I_L = \frac{U}{X_L} = I \cdot \sin\varphi$$

Scheinstrom

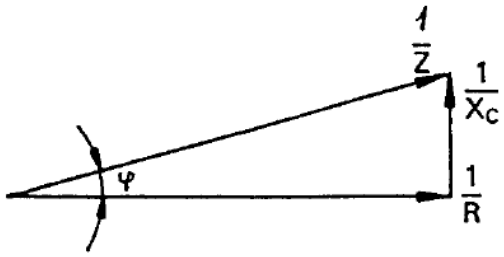
$$I = \frac{U}{Z}$$

um den Winkel φ der Spannung nacheilend.

7.5.2.2 Parallelschaltung von R und C



Stromdreieck



Leitwertdreieck

Ströme:

Wirkstrom:

$$I_R = U / R = I \cdot \cos\varphi$$

Blindstrom:

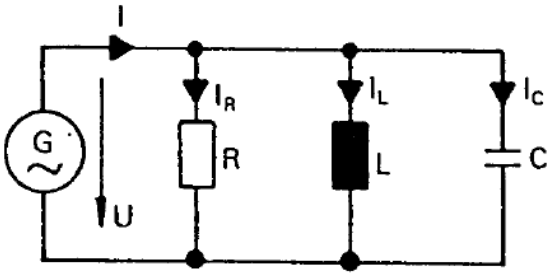
$$I_C = U / X_C = I \cdot \sin\varphi$$

Scheinstrom:

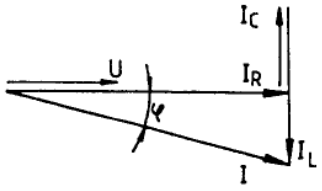
$$I = U / Z$$

(um den Winkelφ der Spannung voreilend)

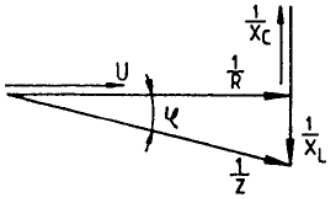
7.5.2.3 Parallelschaltung von R, L, C

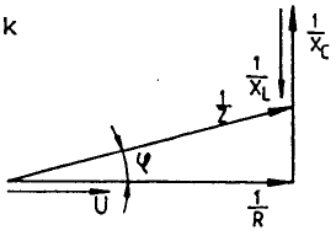


Stromdreieck



Leitwertdreieck





Schaltung wirkt induktiv

Schaltung wirkt kapazitiv

Ströme:

Wirkstrom: $I_R = U / R = I \cdot \cos\varphi$

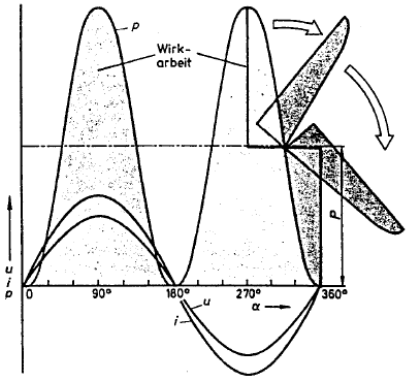
Induktiver Blindstrom: $I_L = U / X_L = I \cdot \sin\varphi + I_C$

Kapazitiver Blindstrom: $I_C = U / X_C = I_L - I \cdot \sin\varphi$

Scheinstrom: $I = U / Z = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2}$

7.6 Leistung und Energie im Wechselstromkreis

7.6.1 Wirkleistung



Schaltet man einen ohmschen Widerstand (z.B. ein Heizgerät), in einen Wechselstromkreis, so sind Spannung und Strom phasengleich. Durch Multiplikation zusammengehöriger Momentanwerte ergibt sich die Leistungskurve.

$p = u \cdot i = i^2 \cdot R = u^2 / R$

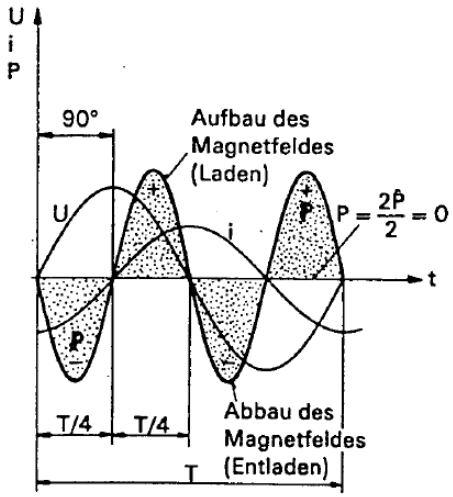
Der Effektivwert beträgt P = ^P/2

Bei ohmscher Last gilt:

$$P = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R} \qquad [W]$$

7.6.2 Induktive Blindleistung

Phasenverschiebung Strom und Spannung bei einer reinen Spule beträgt 90°

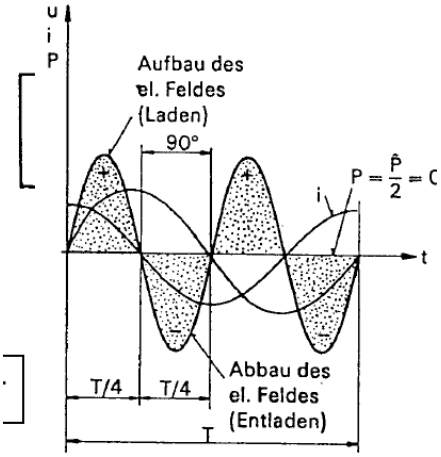


Induktive Blindleistung

$$Q_L = U_L \cdot I_L = I_L^2 \cdot X_L = \frac{U_L^2}{X_L} \qquad [\text{var}]$$

Die Einheit der Blindleistung ist (Volt-Ampere-reaktiv, rückwirkend).

7.6.3 Kapazitive Blindleistung



Leistung an einem kapazitiven Verbraucher

Kapazitive Blindleistung

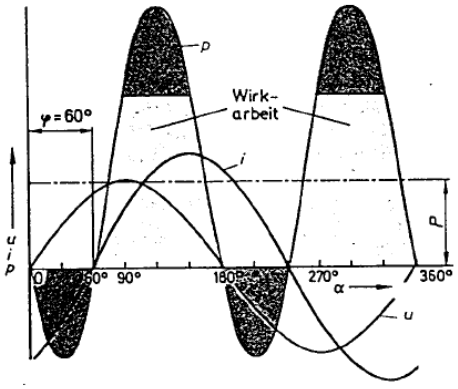
$$Q_C = U_C \cdot I_C = I_C^2 X_C = \frac{U_C^2}{X_C} \quad [\text{var}]$$

7.6.4 Scheinleistung

Das Zusammenwirken von Wirkleistung P und Blindleistung Q bezeichnet man als **Scheinleistung S.**

Man berechnet die Scheinleistung:

$$S = U \cdot I = I^2 \cdot Z \quad [\text{VA}]$$



Scheinleistung in einem Stromkreis mit Wirkwiderstand und Blindwiderstand

7.6.5 Leistungsfaktor cos(phi)

Leistungsfaktor

$$\cos\varphi = \frac{\text{Wirkleistung}}{\text{Scheinleistung}} = \frac{P}{S}$$

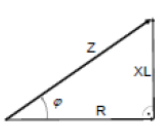
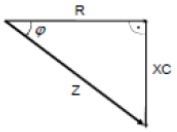
Wirkleistung

$$P = S \cdot \cos\varphi = U \cdot I \cos\varphi \quad [\text{W, kW}]$$

Blindleistung

$$Q = S \cdot \sin\varphi = U \cdot I \sin\varphi \quad [\text{var, kvar}]$$

7.6.6 Serieschaltung bei AC – Zusammenstellung bei 2 Elementen

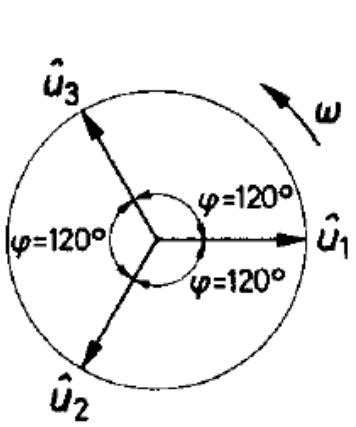
Schaltung	R-L	R-C	L-C
Widerstandsdreieck			-
Gesamtimpdanz $Z[\Omega]$	$Z = \sqrt{R^2 + XL^2}$	$Z = \sqrt{R^2 + XC^2}$	$Z = \sqrt{(XL - XC)^2}$
Phasenverschiebung φ	$\varphi = \arctan\frac{XL}{R} > 0$	$\varphi = \arctan\frac{-XC}{R} < 0$	$\varphi = 90°\ falls\ XL > XC$ $\varphi = -90°\ falls\ XL < XC$
Beziehung mit $\cos\varphi$	$\cos\varphi = \frac{R}{Z}$	$\cos\varphi = \frac{R}{Z}$	$\cos\varphi = 0$

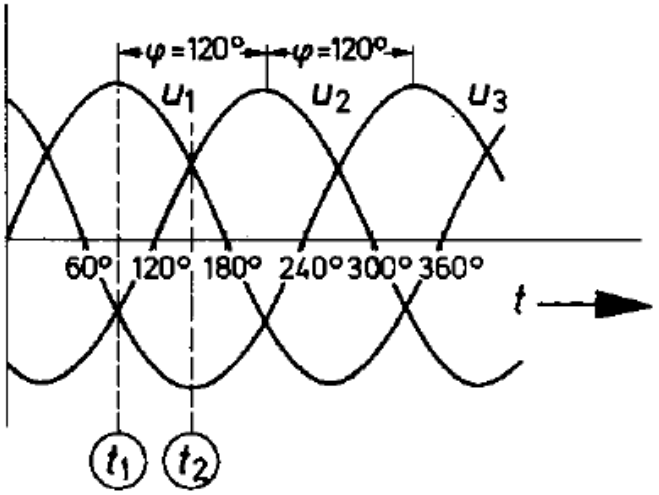
7.6.7 Wirkenergie / Blindenergie

Wirkenergie: $W = P \cdot t$ kWh

Blindenergie: $W = Q \cdot t$ [kvarh]

8 Drehstrom (Dreiphasen-Wechselstrom)



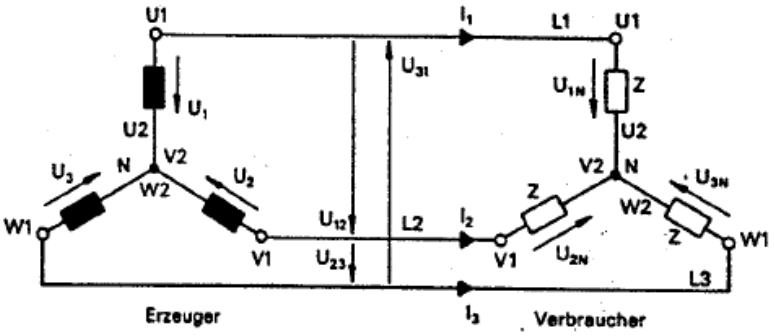


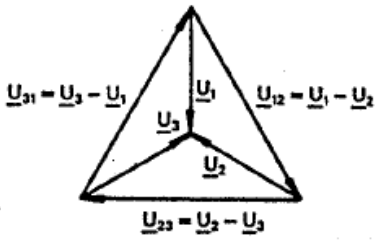
Vektordarstellung Sinus-Linien-Diagramm

Die Summe der 3 Strangspannungen ist in jedem Augenblick gleich Null.

Das Dreiphasenwechselstromsystem ist aus 3 Wechselspannungen gleicher Frequenz und gleicher Amplitude, aber je um 120° phasenverschoben, aufgebaut. Man nennt es auch Drehstrom-System.

8.1 Sternschaltung

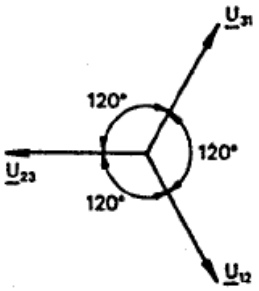


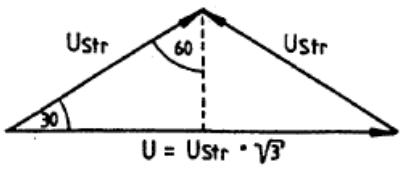


$U = U_{Str} \cdot \sqrt{3}$

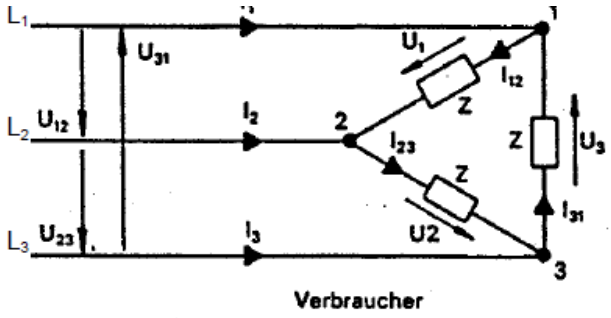
$U_{Str} = U / \sqrt{3}$

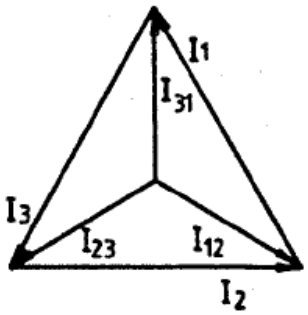
$I = I_{Str}$





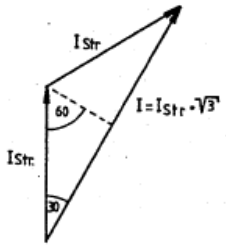
8.2 Dreiecksschaltung





Die Aussenleiterströme I_1, I_2, I_3 sind $\sqrt{3}$ mal grösser als die Strangströme I_{12}, I_{23}, I_{31}.

$U = U_{Str}$	$I = I_{Str} \sqrt{3}$	$I_{Str} = I / \sqrt{3}$



8.3 Leistung und Energie im Drehstromnetz

Für Y- und Δ-Schaltung erhalten wir dieselbe Formel.

Scheinleistung: $S = \sqrt{3} \cdot U \cdot I$ [VA, kVA]

Wirkleistung: $P = S \cdot \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi$ [W , kW]

Blindleistung: $Q = S \cdot \sin\varphi = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin\varphi$ [var, kvar]

8.3.1 Wirkenergie, Blindenergie

Wirkenergie (Wirkarbeit)

$$W = P \cdot t = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi \cdot t$$ [Ws, kWh]

Blindenergie (Blindarbeit)

$$W_b = Q \cdot t = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin\varphi \cdot t$$ [vars, kvarh]