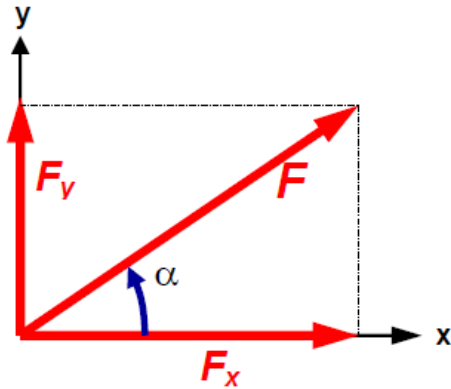


TM.FS2011

Zusammenfassung der Formeln aus Vorlesung von V. Janssen

Formeln

Zerlegung einer Kraft in Komponenten



$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$

F2.01

$$F_y = F \cdot \sin \alpha$$

F2.02

$$\tan \alpha = \frac{F_y}{F_x}$$

F2.03

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

F2.04

Dynamik → Trägheitskraft (Prinzip von d'Alembert)

$$F = m \cdot a$$

F2.05

$$F - m \cdot a = 0$$

F2.06

Kräfte

Gemeinsamer Angriffspunkt

$$F_{\text{res}_x} = \sum F_x$$

F3.01

$$F_{\text{res}_y} = \sum F_y$$

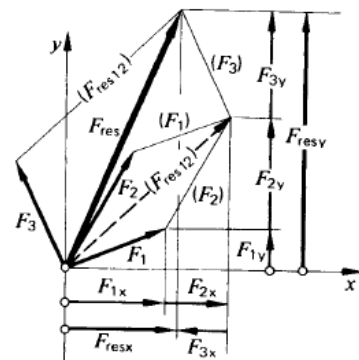
F3.02

$$F_{\text{res}} = \sqrt{F_{\text{res}_x}^2 + F_{\text{res}_y}^2}$$

F3.03

$$\tan \alpha = \frac{F_{\text{res}_y}}{F_{\text{res}_x}}$$

F3.04

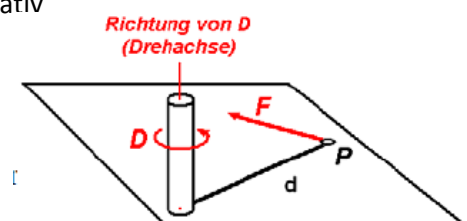


Moment einer Kraft

Vorzeichen → Gegenuhrzeigersinn: Positiv / Uhrzeigersinn: Negativ

$$M = F \cdot d \quad [\text{Nm}]$$

F3.05



Das **resultierende Moment** verschiedener **Kräfte** ist **gleich** der **Summe** der **Einzelmomente** dieser **Kräfte**

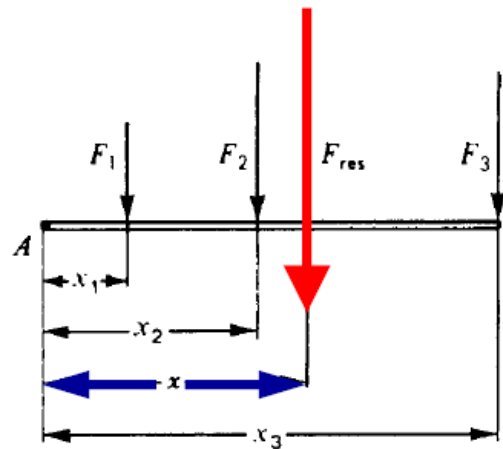
$$M_{\text{res}} = \sum M_i \quad \text{F3.06}$$

Parallele Kräfte

$$F_{\text{res}} = \sum F_i \quad \text{F3.07}$$

$$M_{\text{res}} = \sum M_i \quad \text{F3.08}$$

$$F_{\text{res}} \cdot x = \sum F_i \cdot x_i \quad \text{F3.09}$$



Das allgemeine Kräftesystem

$$F_{\text{res}_x} = \sum F_x$$

$$F_{\text{res}_y} = \sum F_y$$

$$M_{\text{res}} = \sum M_i$$

statische Bestimmtheit

Definition:

g : Grad der statischen Bestimmtheit

f : Freiheitsgrad des ungelagerten Körpers

n = $\sum l_i$: Anzahl unbekannte Kräfte

li : Lagerfunktion des i-ten Lagers

$$g = f - n \Rightarrow f - \sum_{i=1}^k l_i \quad \text{F4.01}$$

- In der **Ebene** existieren **3 Freiheitsgrade**. Daraus folgt: **f = 3**
- Im **Raum** existieren **6 Freiheitsgrade**. Daraus folgt: **f = 6**
- Jedes **Gelenk** erhöht den Betrag von **f** um **1**

Beurteilung:

g = 0: Problem **statisch bestimmt**, sofern der Freiheitsgrad genau einmal eingeschränkt ist

g < 0: Ein **statisch überbestimmtes** System, in dem starke innere Spannungen auftreten können

g > 0: Problem **statisch unterbestimmt**, beschreibt ein in sich bewegliches System (Mechanismus)

Gleichgewicht von Kräften

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_A = 0$$

F5.01

oder

$$\sum F = 0$$

$$\sum M_A = 0$$

$$\sum M_B = 0$$

F5.02

oder

$$\sum M_A = 0$$

$$\sum M_B = 0$$

$$\sum M_C = 0$$

F5.03

Normal- und Schubspannungen

Normalspannung $\sigma = \frac{F_n}{A}$ F 6.01

Schubspannung $\tau = \frac{F_t}{A}$ F 6.02

Die **Einheit** der Spannung ist Kraft / Fläche $[\text{N/mm}^2] = [\text{MPa}]$

Der einachsige Spannungszustand / Hookesches Gesetz

Stab der Länge L_0 mit Querschnittsfläche A

Die *Normalspannung* ist im Querschnitt konstant

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Die Verlängerung des Stabes ist

$$\Delta L = \frac{F \cdot L_0}{A \cdot E} \quad \text{F 6.03}$$

umgeformt

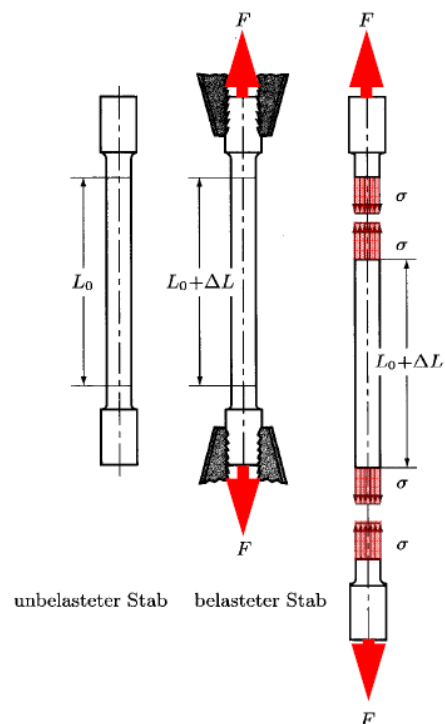
$$\frac{F}{A} = E \cdot \frac{\Delta L}{L_0}$$

mit der Definition der *Dehnung*

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \quad \text{F 6.04}$$

Proportionalität zwischen Spannung und Dehnung im elastischen Bereich -> **Hookesches Gesetz**

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad \text{E: Elastizitätsmodul (E-Modul)}$$



Der ebene Spannungszustand für Schubspannungen

F 6.07 $\tau = G \cdot \gamma$ G: Schubmodul (G-Modul)

Belastungsfälle

Mittelspannung: $\sigma_m = \frac{\sigma_o + \sigma_u}{2}$ F 6.08

Oberspannung: $\sigma_o = \sigma_m + \sigma_a$
 Unterspannung: $\sigma_u = \sigma_m - \sigma_a$ F 6.09

Ausschlagspannung: $\sigma_a = \frac{\sigma_o - \sigma_u}{2}$ F 6.10

Spannungsverhältnis: $\kappa = \frac{\sigma_u}{\sigma_o}$ F 6.11

Die Kerbwirkung

Formzahl $\alpha_k = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n}$ F 6.13

Nennspannung:

$$\sigma_n = \frac{F}{A} = \frac{M_b}{W_b}$$

$$\tau_n = \frac{M_t}{W_t}$$
 F 6.14

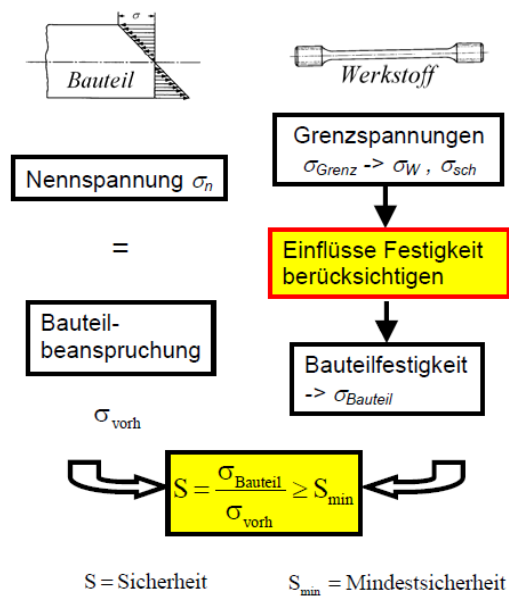
Maximalspannung:

$$\sigma_{\max} = \alpha_k \cdot \sigma_n$$

$$\sigma_{\max} = \alpha_k \cdot \sigma_n \leq \sigma_{\text{zul}}$$
 F 6.15

$$\sigma_n \leq \sigma_{\text{zul}}$$
 F 6.16

Sicherheitsnachweis



Zug und Druckstab

- Spannungsverteilung im (glatten) Zugstab ist über den Querschnitt konstant

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

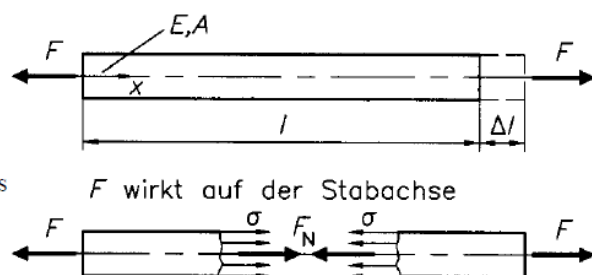
- Verlängerung des Stabes

$$\Delta L = \frac{F \cdot l}{E \cdot A}$$
 F 7.01

- Dimensionierung des erforderlichen Querschnitts

$$A_{\text{erf}} \geq \frac{F}{\sigma_{\text{zul}}}$$
 F 7.02

σ_{zul} ist die zulässige Spannung (-> Kap. 6 und Anhang A7)



Wärmedehnungen

Thermische Verlängerung

$$\Delta L_{th} = \alpha \cdot L_0 \cdot \Delta T \quad \text{F 7.06}$$

Thermische Dehnung

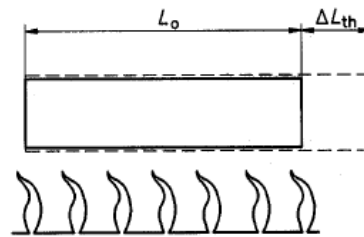
$$\varepsilon_{th} = \alpha \cdot \Delta T \quad \text{F 7.07}$$

Längenausdehnungskoeffizient α [/K]

Die thermische Dehnung ist in allen Richtungen gleich, also auch quer zur Stabachse

Überlagerung mit der elastischen Dehnung

$$\varepsilon_{ges} = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{th} \quad \text{F 7.08}$$



Längenausdehnungskoeffizient

Baustahl: $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} / \text{K}$

Aluminium: $\alpha = 24 \cdot 10^{-6} / \text{K}$

Wärmespannungen

Die thermische Verlängerung bei (gedachter) nicht vorhandener Behinderung

$$\Delta L_{th} = \alpha \cdot L_0 \cdot \Delta T$$

Diese Verlängerung wird durch elastische Stauchung rückgängig gemacht

$$\Delta L_{el} = \frac{F \cdot L_0}{E \cdot A}$$

Gleichsetzen der betragsmässigen Verlängerungen ergibt

$$\Delta L_{th} = \Delta L_{el} \quad \rightarrow \quad \alpha \cdot L_0 \cdot \Delta T = \frac{F \cdot L_0}{E \cdot A} \quad \text{F 7.09}$$

Die Spannung ergibt sich betragsmässig

$$\sigma = \frac{F}{A} = \alpha \cdot \Delta T \cdot E \quad \text{F 7.10}$$

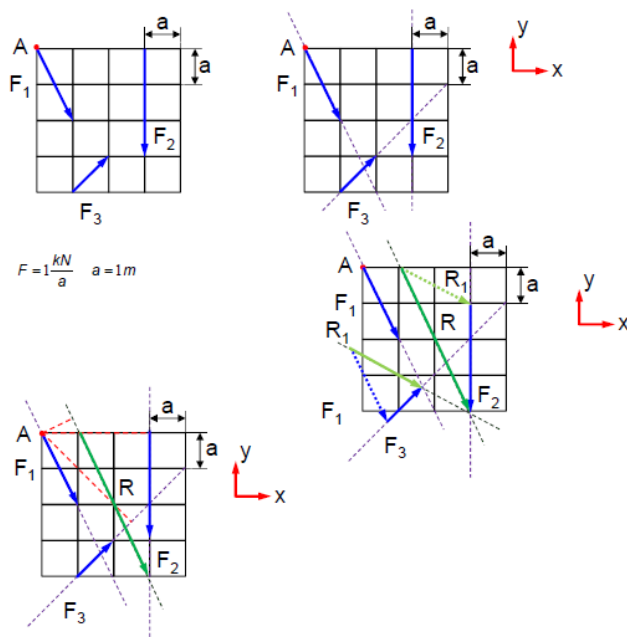
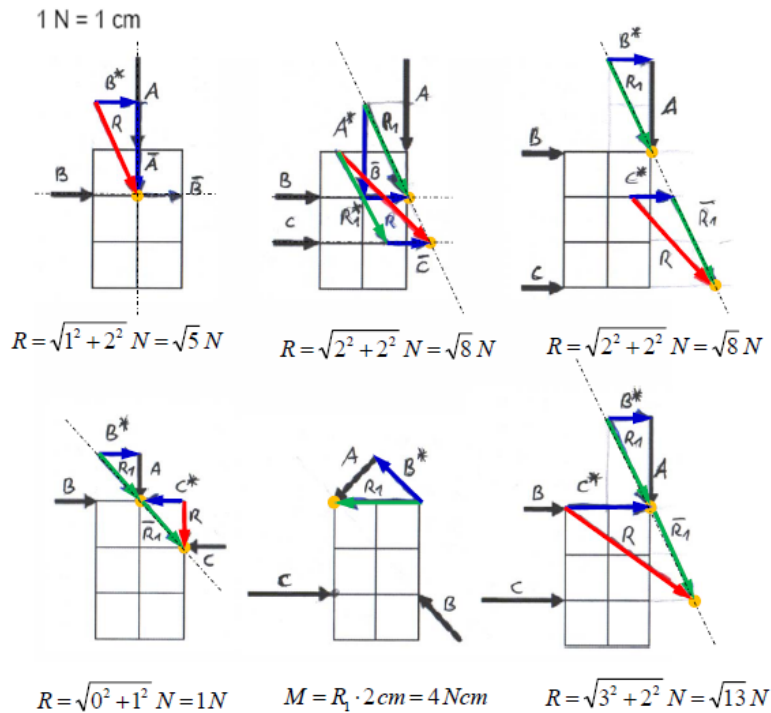
F ist eine Druckkraft und deshalb die Spannung negativ

$$\sigma = -\alpha \cdot \Delta T \cdot E \quad \text{F 7.11}$$

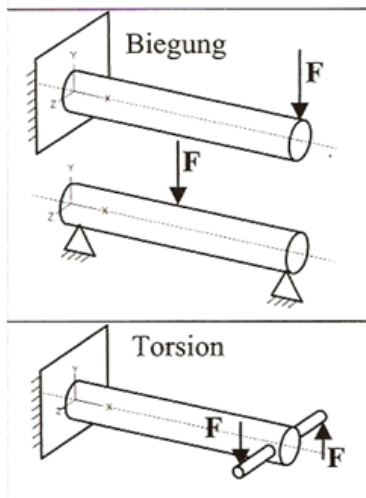
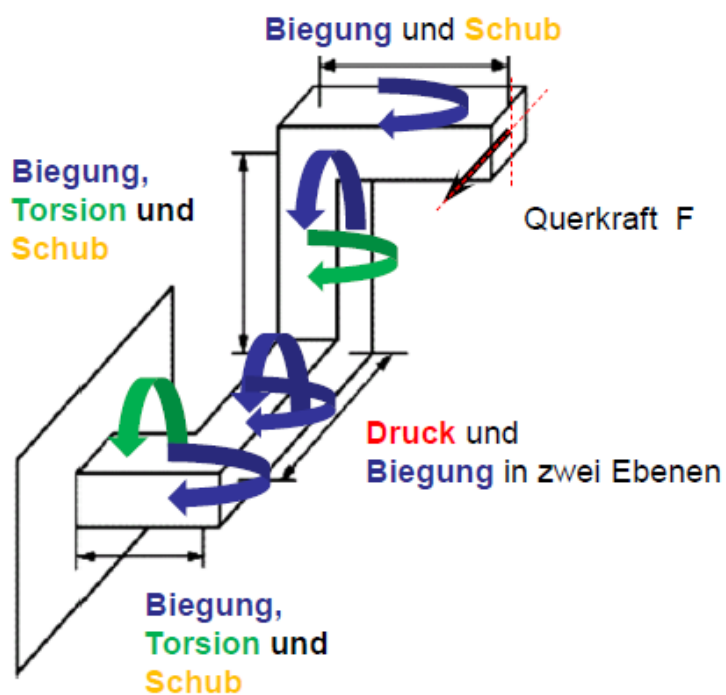
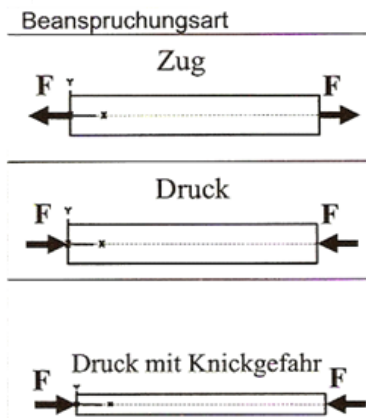
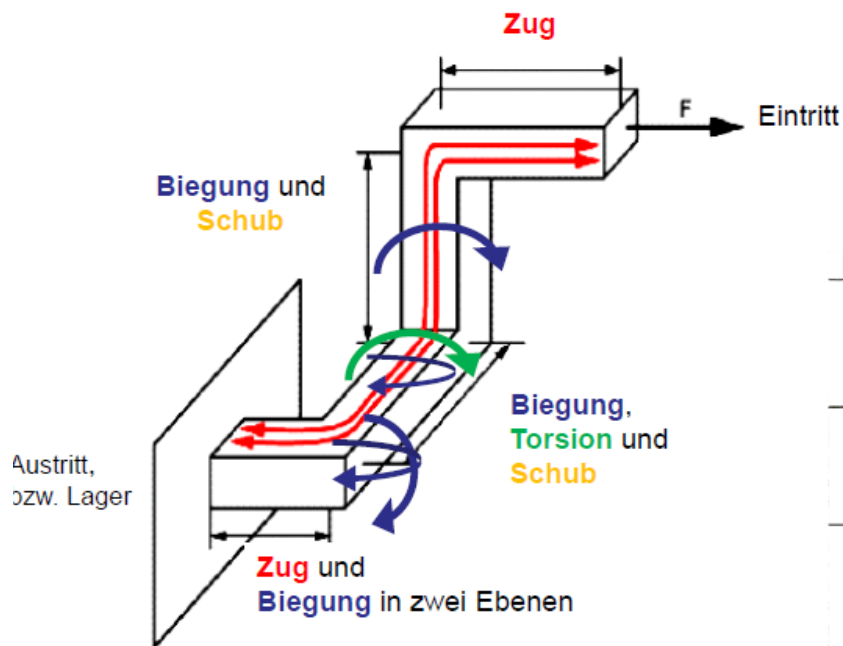
1 Kräfte (berechnen)

Vorgehen

1. Koordinatensystem x-y einzeichnen
2. Wirklinien einzeichnen
3. Kraft F_n so verschieben, sodass Spitze auf Wirklinie von anderer Kraft F_b zeigt
4. Resultierende einzeichnen (Pfeilspitze liegt am gleichen Ort wo der Schnittpunkt der Wirklinien F_b und F_n liegt)
5. ...



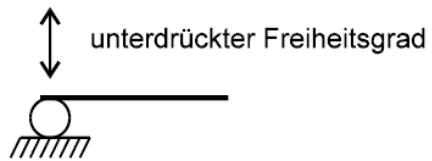
2 Spannungsarten in Bauteilen



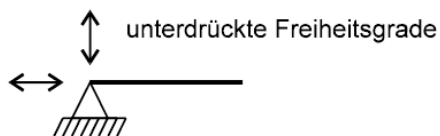
3 Lagerarten

Fest, Los, Pendelstütze

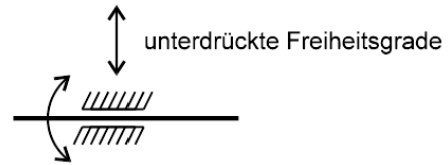
3.1 Loslager



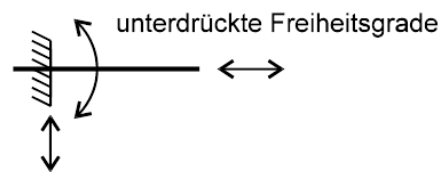
3.2 Festlager



3.3 Parallelführung



3.4 Einspannung



3.5 Pendelstütze

